

1. Составьте деревья для вычисления логических выражений и таблицы истинности этих выражений:

а) $\overline{A \cdot B} + A \cdot B$;

б) $A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot \overline{B}$;

в) $\overline{(A + C)} + \overline{(B + C)}$;

г) $\overline{(A \cdot C)} \cdot \overline{(B \cdot C)}$;

д) $A \cdot (C + B \cdot \overline{C}) + C \cdot (A + B)$;

2. Составьте деревья для вычисления логических выражений и таблицы истинности этих выражений:

а) $(\overline{A} \rightarrow \overline{B}) \rightarrow (A \rightarrow \overline{C})$;

б) $A \cdot B \rightarrow (B + \overline{C})$;

в) $(\overline{A} \rightarrow B) \rightarrow (\overline{A} \rightarrow \overline{C})$;

г) $(A \leftrightarrow B) + (\overline{A} \leftrightarrow B)$;

д) $(A \leftrightarrow \overline{B}) + (A \leftrightarrow C) + (\overline{B} \leftrightarrow C)$.

3. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трёх аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F . Какие из этих выражений могут соответствовать F ?

X	Y	Z	F
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	0	1

а) $X + \overline{Y} + \overline{Z}$;

б) $X + Y + Z$;

в) $\overline{X} + Y + Z$;

г) $\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$.

4. Для предыдущего задания определите, сколько различных логических функций соответствует заданной частичной таблице истинности.

5. Задано 5 строк таблицы истинности некоторого логического выражения с тремя переменными. Сколько различных логических функций ей соответствуют.

6. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трёх аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F . Какие из этих выражений могут соответствовать F ?

X	Y	Z	F
0	1	0	0
1	1	0	1
0	1	1	0

а) $\overline{X} + Y + \overline{Z}$;

б) $X \cdot Y \cdot \overline{Z}$;

в) $\overline{X} + \overline{Y} + Z$;

г) $X + \overline{Y} \cdot Z$.

7. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трёх аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F . Какие из этих выражений могут соответствовать F ?

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

- а) $X \rightarrow (\bar{Y} + \bar{Z})$;
 б) $\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$;
 в) $\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$;
 г) $X + Y + Z$.

8. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трёх аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F . Какие из этих выражений могут соответствовать F ?

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0

- а) $X \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$;
 б) $X \rightarrow (\bar{Y} + \bar{Z})$;
 в) $X + Y + Z$;
 г) $Y \rightarrow (X \cdot Z)$.

9. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трёх аргументов: X, Y, Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F . Какие из этих выражений могут соответствовать F ?

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1

- а) $(X + \bar{Y}) \rightarrow Z$;
 б) $(\bar{X} + Y) \rightarrow Z$;
 в) $\bar{X} + (Y \rightarrow Z)$;
 г) $X + Y \cdot Z$.

10. Определите значение логического выражения $(X > 2) \rightarrow (X > 3)$ для $X = 1, 2, 3, 4$.
11. Определите значение логического выражения $((X < 5) \rightarrow (X < 3)) \cdot ((X < 2) \rightarrow (X < 1))$ для $X = 1, 2, 3, 4$.
12. Определите значение логического выражения $((X > 3) + (X < 3)) \rightarrow (X < 1)$ для $X = 1, 2, 3, 4$.
13. Определите значение логического выражения $((X < 4) \rightarrow (X < 3)) \cdot ((X < 3) \rightarrow (X < 1))$ для $X = 1, 2, 3, 4$.
14. Определите значение логического выражения $(X \cdot (X - 8) > 2 \cdot X - 25) \rightarrow (X > 7)$ для $X = 4, 5, 6, 7$.
15. Найдите все целые значения X , при которых логическое выражение $(X > 2) \rightarrow (X > 5)$ ложно.
16. Найдите все целые значения X , при которых логическое выражение $((X > 0) + (X > 4)) \rightarrow (X > 4)$ ложно.

17. Автопилот может работать, если исправен главный бортовой компьютер или два вспомогательных. Выполните формализацию и запишите логические формулы для высказываний «автопилот работоспособен» и «автопилот неработоспособен».

18. Каково наибольшее целое положительное число X , при котором истинно утверждение:

$$(X(X+3) > X^2 + 9) \rightarrow (X(X+2) \leq X^2 + 11)?$$

19. Каково наибольшее целое положительное число X , при котором истинно утверждение:

$$(121 < X^2) \rightarrow (X > X + 5)?$$

20. Каково наибольшее целое положительное число X , при котором ложно утверждение:

$$(X(X+6) + 9 > 0) \rightarrow (X^2 > 45)?$$

21. Каково наибольшее целое положительное число X , при котором истинно утверждение:

$$(X^2 - 1 > 100) \rightarrow (X(X-1) < 100)?$$

22. Каково наибольшее целое положительное число X , при котором ложно утверждение:

$$(7X - 3 < 75) \rightarrow (X(X-1) > 65)?$$

23. Известно, что для чисел A , B и C истинно утверждение

$$((C < A) + (C < B)) \cdot \overline{((C+1) < A)} \cdot \overline{((C+1) < B)}.$$

а) Чему равно C , если $A = 25$ и $B = 48$?

б) Чему равно C , если $A = 45$ и $B = 18$?

24. Известно, что для чисел A , B и C истинно утверждение

$$\overline{(A = B)} \cdot ((B < A) \rightarrow (2C > A)) \cdot ((A < B) \rightarrow (A > 2C)).$$

Чему равно A , если $C = 10$ и $B = 22$?

25. Упростите логические выражения:

а) $A \cdot \overline{(B+C)}$;

д) $\overline{(A+B)} \cdot A \cdot \overline{B}$;

б) $\overline{(A+B)} + \overline{(A+B)} + A \cdot B$;

е) $A + B \cdot \overline{C} + \overline{(A+B+C)}$;

в) $A + \overline{(A+B)} + A \cdot B$;

ж) $(A+B+C) \cdot \overline{(A \cdot B)} + C$;

г) $\overline{(A+B+C)}$;

з) $A \cdot \overline{(C+B)} + \overline{(A+B)} \cdot C + A \cdot C$;

и) $(A+B) \cdot \overline{(A+B)} \cdot \overline{(A+B)}$.

26. Упростите логические выражения:

а) $\overline{(A \rightarrow C)} \cdot C$;

г) $\overline{\overline{(A \rightarrow (B \rightarrow C))}}$;

б) $\overline{\overline{(A \rightarrow B)} + \overline{(A \rightarrow B)} + A \cdot B}$;

д) $\overline{\overline{(A \rightarrow B)} \cdot \overline{(A \rightarrow B)}}$;

в) $A + \overline{\overline{(A \rightarrow B)}} + \overline{(A + B)}$;

е) $A + B \cdot \overline{\overline{C}} + \overline{\overline{(A \rightarrow \overline{\overline{B \cdot C}})}}$.

27. Постройте выражения для логических функций, заданных таблицами истинности. Используйте разные методы и сравните их.

а)

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

б)

A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

в)

A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

28. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	F
1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1

Каким выражением может быть F?

- 1) $\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge x_7 \wedge x_8$
- 2) $\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$
- 3) $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge x_8$
- 4) $x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$