Задание 15

Mathematica.

1. Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

$(5k + 6n > 57) \vee ((k \le A) \wedge (n < A))$

истинно для любых целых положительных значений k и n.

2. Укажите наибольшее целое значение А, при котором выражение

$(y + 2x \ne 99) \vee (y > A) \vee (x > A)$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

3. Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

(y + 2x < A) ∨ (3y +2x > 120) ∨ (3y – x > 30)

истинно для любых целых положительных значений x и y.

4. Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

(y + 2x < A) ∨ (x > 20) ∨ (y > 30)

истинно для любых целых положительных значений x и y.

5. На числовой прямой даны отрезки A = [70; 90], B = [40; 60] и C = [0; N] и функция

$F(x) = (\neg\, (x \in A) \rightarrow (x \in B)\,) \wedge (\neg\, (x \in C) \rightarrow (x \in A)\,)$

При каком наименьшем числе N функция F(x) истинна более чем для 30 целых чисел x?

6. Известно, что для некоторого отрезка А формула

$(\, (x \in A) \rightarrow (x^2 \le 64)\,) \wedge (\, (x^2 \le 25) \rightarrow (x \in A)\,)$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной x). Какую наименьшую длину может иметь отрезок A?

7. Для какого наибольшего целого числа А формула

$(\, (x \le 9) \rightarrow (x \cdot x \le A)\,) \wedge (\, (y \cdot y \le A) \rightarrow (y \le 9)\,)$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных x и y)?

8. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число а, такое что выражение

$$(\, x \,\&\, 125 \ne 1) \vee ((x \,\&\, 34 = 2) \rightarrow (x \,\&\, a = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

9. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число a, такое что выражение

$$\mathbf{((\,(x \,\&\, a \neq 0) \wedge (x \,\&\, 12 = 0)) \rightarrow ((x \,\&\, a = 0) \wedge (x \,\&\, 21 \neq 0))) \vee ((x \,\&\, 21 = 0) \wedge (x \,\&\, 12 = 0))}$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

10. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число a, такое что выражение

$$(x \,\&\, 49 \neq 0) \rightarrow ((x \,\&\, 33 = 0) \rightarrow (x \,\&\, a \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

11. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число a, такое что выражение

$$(x \,\&\, a \neq 0\,) \rightarrow ((x \,\&\, 20 = 0) \rightarrow (x \,\&\, 5 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

12. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа А формула

(ДЕЛ(x, A) $\wedge$ $\neg$ДЕЛ(x, 36)) $\rightarrow$ $\neg$ДЕЛ(x, 12)

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

13. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа А формула

(ДЕЛ(x, 15) $\wedge$ $\neg$ДЕЛ(x, 21)) $\rightarrow$ ($\neg$ДЕЛ(x, A) $\vee$ $\neg$ДЕЛ(x, 15))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. Пусть P – множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 1, Q – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 000, а A – некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество A, при котором для любой 8-битовой цепочки x истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \vee (x \in Q))$$

15. На числовой прямой даны два отрезка: P = [5; 30] и Q = [14;23]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to \neg(x \in A)$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

16. Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \to (((x \in \{4, 8, 12, 116\}) \wedge \neg(x \in \text{A})) \to \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A.

17. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10,39] и Q = [23, 58]. Выберите из предложенных вариантов такой отрезок A, что логическое выражение

$((x \in P) \wedge (x \in A)) \to ((x \in Q) \wedge (x \in A))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [5, 20] 2) [15, 35] 3) [25, 45] 4) [5, 65]

18. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10,30] и Q = [25, 55]. Определите наибольшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$(x \in A) \to ((x \in P) \vee (x \in Q))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) 10 2) 20 3) 30 4) 45

19. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10,20] и Q = [25, 55]. Определите наибольшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$(x \in A) \to ((x \in P) \vee (x \in Q))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) 10 2) 20 3) 30 4) 45

20. На числовой прямой даны два отрезка: P = [14,34] и Q = [24, 44]. Выберите такой отрезок A, что формула

$(x \in A) \to ((x \in P) \equiv (x \in Q))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x. Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину. 1) [15, 29] 2) [25, 29] 3) [35,39] 4) [49,55]

21. На числовой прямой даны два отрезка: P = [20, 50] и Q = [10, 60]. Выберите такой отрезок A, что формула

$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x. Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

1) [5, 40] 2) [15, 54] 3) [30,58] 4) [5, 70]

22. На числовой прямой даны два отрезка: P = [2, 20] и Q = [15, 25]. Выберите такой отрезок A, что формула

$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x

23. На числовой прямой даны три отрезка: P = [10, 25], Q = [15, 30] и R=[25,40]. Выберите такой отрезок A, что формула

$((x \in Q) \rightarrow (x \notin R)) \wedge (x \in A) \wedge (x \notin P)$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x.

1) [0, 15] 2) [10, 40] 3) [25, 35] 4)[15, 25]

24. Какое из приведённых имен удовлетворяет логическому условию:

(первая буква согласная → вторая буква согласная) /\ (предпоследняя буква гласная → последняя буква гласная)?

1) КРИСТИНА 2) МАКСИМ 3) СТЕПАН 4) МАРИЯ

25. Для какого из указанных значений X истинно высказывание

$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

26. Для какого наименьшего числа A тождественно истинно следующее выражение (A, x – неотрицательное целое число)

$$(x \,\&\, 45 \neq 0 \ \wedge x \,\&\, A = 0) \rightarrow x \,\&\, 33 \neq 0$$

27. Для какого наименьшего числа A тождественно истинно следующее выражение (A, x – неотрицательное целое число)

$$x \,\&\, 51 \neq 0 \rightarrow (x \,\&\, A = 0 \rightarrow x \,\&\, 25 \neq 0)$$

28. Какое количество натуральных чисел удовлетворяет неравенству

$$\neg (X^2 \geq 9) \vee \neg((x < 7) \vee ((X \geq 10))$$

29. Для какого наименьшего числа A тождественно истинно следующее выражение (A, x – неотрицательное целое число)

$$(x \,\&\, A = 0 \wedge x \,\&\, 36 = 0) \rightarrow x \,\&\, 46 = 0$$

30. Для какого наименьшего числа A тождественно истинно следующее выражение (A, x – неотрицательное целое число)

$$(x \,\&\, 43 \neq 0 \wedge x \,\&\, A = 0) \rightarrow x \,\&\, 14 \neq 0$$

31. Укажите наибольшее целое значение A, при котором выражение

$(xy > A) \vee (x < y) \vee (y \leq 9)$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y.

32. Какое из приведённых названий животных удовлетворяет логическому условию:

(первая буква согласная → вторая буква гласная) /\ (последняя буква согласная → предпоследняя буква согласная)?

1) СТРАУС 2) АНТИЛОПА 3) ЖИРАФ 4) ДОДО 5) ТИГР