

1. Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение  $(5k + 6n > 57) \vee ((k \leq A) \wedge (n < A))$  истинно для любых целых положительных значений  $k$  и  $n$ .
2. Укажите наибольшее целое значение  $A$ , при котором выражение  $(y + 2x \neq 99) \vee (y > A) \vee (x > A)$  истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .
3. Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение  $(y + 2x < A) \vee (3y + 2x > 120) \vee (3y - x > 30)$  истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .
4. Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение  $(y + 2x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 30)$  истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .
5. На числовой прямой даны отрезки  $A = [70; 90]$ ,  $B = [40; 60]$  и  $C = [0; N]$  и функция  $F(x) = (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in B)) \wedge (\neg(x \in C) \rightarrow (x \in A))$  При каком наименьшем числе  $N$  функция  $F(x)$  истинна более чем для 30 целых чисел  $x$ ?
6. Известно, что для некоторого отрезка  $A$  формула  $((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 64)) \wedge ((x^2 \leq 25) \rightarrow (x \in A))$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при всех вещественных значениях переменной  $x$ ). Какую наименьшую длину может иметь отрезок  $A$ ?
7. Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула  $((x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 9))$  тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?
8. Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число  $a$ , такое что выражение  $(x \& 125 \neq 1) \vee ((x \& 34 = 2) \rightarrow (x \& a = 0))$  тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

9. Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число  $a$ , такое что выражение

$$((x \& a \neq 0) \wedge (x \& 12 = 0)) \rightarrow ((x \& a = 0) \wedge (x \& 21 \neq 0)) \vee ((x \& 21 = 0) \wedge (x \& 12 = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

10. Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число  $a$ , такое что выражение

$$(x \& 49 \neq 0) \rightarrow ((x \& 33 = 0) \rightarrow (x \& a \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

11. Введём выражение  $M \& K$ , обозначающее поразрядную конъюнкцию  $M$  и  $K$  (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число  $a$ , такое что выражение

$$(x \& a \neq 0) \rightarrow ((x \& 20 = 0) \rightarrow (x \& 5 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

12. Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

13. Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

14. Пусть  $P$  – множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 1,  $Q$  – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 000, а  $A$  – некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество  $A$ , при котором для любой 8-битовой цепочки  $x$

истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \vee (x \in Q))$$

15. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5; 30]$  и  $Q = [14; 23]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

16. Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{4, 8, 12, 116\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .

17. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 39]$  и  $Q = [23, 58]$ . Выберите из предложенных вариантов такой отрезок  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

$$1) [5, 20] \quad 2) [15, 35] \quad 3) [25, 45] \quad 4) [5, 65]$$

18. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 30]$  и  $Q = [25, 55]$ . Определите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

$$1) 10 \quad 2) 20 \quad 3) 30 \quad 4) 45$$

19. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 20]$  и  $Q = [25, 55]$ . Определите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

$$1) 10 \quad 2) 20 \quad 3) 30 \quad 4) 45$$

20. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [14, 34]$  и  $Q = [24, 44]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1) [15, 29]                      2) [25, 29]      3) [35,39]      4) [49,55]

21. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [20, 50]$  и  $Q = [10, 60]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1) [5, 40]                      2) [15, 54]      3) [30,58]      4) [5, 70]

22. На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [2, 20]$  и  $Q = [15, 25]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$

23. На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [10, 25]$ ,  $Q = [15, 30]$  и  $R=[25,40]$ . Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in Q) \rightarrow (x \notin R)) \wedge (x \in A) \wedge (x \notin P)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ .

- 1) [0, 15]      2) [10, 40]      3) [25, 35]      4)[15, 25]

24. Какое из приведённых имен удовлетворяет логическому условию:

(первая буква согласная  $\rightarrow$  вторая буква согласная)  $\wedge$  (предпоследняя буква гласная  $\rightarrow$  последняя буква гласная)?

- 1) КРИСТИНА      2) МАКСИМ      3) СТЕПАН      4) МАРИЯ

25. Для какого из указанных значений  $X$  истинно высказывание

$$\neg((x > 2) \rightarrow (x > 3))$$

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4

26. Для какого наименьшего числа  $A$  тождественно истинно следующее выражение ( $A, x$  – неотрицательное целое число)

$$(x \& 45 \neq 0 \wedge x \& A = 0) \rightarrow x \& 33 \neq 0$$

27. Для какого наименьшего числа  $A$  тождественно истинно следующее выражение

(A, x – неотрицательное целое число)

$$x \& 51 \neq 0 \rightarrow (x \& A = 0 \rightarrow x \& 25 \neq 0)$$

28. Какое количество натуральных чисел удовлетворяет неравенству

$$\neg(X^2 \geq 9) \vee \neg(x < 7) \vee ((X \geq 10))$$

29. Для какого наименьшего числа A тождественно истинно следующее выражение

(A, x – неотрицательное целое число)

$$(x \& A = 0 \wedge x \& 36 = 0) \rightarrow x \& 46 = 0$$

30. Для какого наименьшего числа A тождественно истинно следующее выражение

(A, x – неотрицательное целое число)

$$(x \& 43 \neq 0 \wedge x \& A = 0) \rightarrow x \& 14 \neq 0$$

31. Укажите наибольшее целое значение A, при котором выражение

$$(xy > A) \vee (x < y) \vee (y \leq 9)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y.

32. Какое из приведённых названий животных удовлетворяет логическому условию:

(первая буква согласная  $\rightarrow$  вторая буква гласная)  $\wedge$  (последняя буква согласная  $\rightarrow$  предпоследняя буква согласная)?

- 1) СТРАУС 2) АНТИЛОПА 3) ЖИРАФ 4) ДОДО 5) ТИГР